



# برعاية معالي وزير التربية والتعليم الأستاذ الدكتور/ رضا حجازي

وتوجيهات رئيس الادارة المركزية لتطوير المناهج

د / أكرم حسن

## شرح مبسط وتمارين متنوعة لمنهج الرياضيات الصف الأول الثانوي - الوحدة الخامسة

للعام الدراسي 2024/2023

### لجنة الإعداد

أ/ عصام أبوسالم / أ/ عماد محمود / أ/ أشرف محمود

### لجنة المراجعة

أ/ عثمان مصطفى / أ/ شريف البرهامي / أ/ عفاف جاد

### إشراف علمي

مستشار الرياضيات  
أ/ منال عزقول



م	اسم الدرس	الصفحة
١	المتطابقات المثلثية	٣
٢	حل المعادلات المثلثية	٩
٣	حل المثلث القائم الزاوية	١٦
٤	زوايا الارتفاع و الانخفاض	٢٣
٥	القطاع الدائري	٣٢
٦	القطعة الدائرية	٣٨
٧	المساحات	٤٥
	الاختبار الأول	٥٠
	حل الاختبار الأول	٥١
	الاختبار الثاني	٥٢
	حل الاختبار الثاني	٥٣



## الوحدة الخامسة

### الدرس الأول : المتطابقات المثلثية

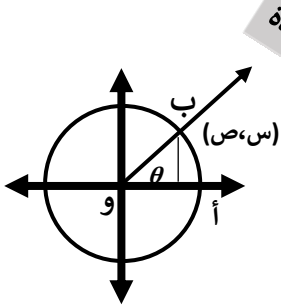
#### تعريف:

المتطابقة هي متساوية صحيحة لجميع قيم المتغير الحقيقية.

#### مثلاً:

تسمى متطابقة ؛ لأنها صحيحة لجميع قيم المتغير أ الحقيقية.  
 $(1 + \sin^2 \theta = \cos^2 \theta + 1)$

#### المتطابقات المثلثية الأساسية:



$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad (\text{متطابقة فيثاغورث})$$

ومن هنا ←  $1 + \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$  (بقسمة طرفي متطابقة فيثاغورث ÷  $\cos^2 \theta$ )

ومن هنا ←  $1 + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$  (بقسمة طرفي متطابقة فيثاغورث ÷  $\sin^2 \theta$ )

#### مثال ١:

تذكر أن :

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

اكتب المقدار الآتي في أبسط صورة :  $1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

الحل

$$\text{المقدار} = 1 + \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

تدريب ١: اكتب المقدار الآتي في أبسط صورة :  $1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

مثال ٢: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :  $\frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \dots\dots\dots$

(أ) ظا<sup>٢</sup> θ

(ب) ظا<sup>٢</sup> θ

(ج) ظتا<sup>٢</sup> θ

الحل

$$\text{المقدار} = \frac{\text{جتا}^{\theta^2}}{\text{جا}^{\theta^2}} = \text{ظتا}^{\theta^2}$$

**تدريب<sup>٢</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:  $\frac{\text{ظا}^{\theta^2} + 1}{\text{ظتا}^{\theta^2} + 1} = \dots\dots\dots$

(أ) ظتا<sup>٢</sup> θ

(ب) ظا<sup>٢</sup> θ

(ج) - ظتا<sup>٢</sup> θ

(د) - ظا<sup>٢</sup> θ

**مثال<sup>٣</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$\dots\dots\dots = (\text{جا}^{\theta} + \text{جتا}^{\theta})^2 - 2 \text{جا}^{\theta} \text{جتا}^{\theta}$$

(أ) ١

(ب) ١ - ٢ جا<sup>٢</sup> θ جتا<sup>٢</sup> θ

(ج) صفر

(د) ١ - جا<sup>٢</sup> θ جتا<sup>٢</sup> θ

الحل

$$\text{المقدار} = \text{جا}^{\theta^2} + 2 \text{جا}^{\theta} \text{جتا}^{\theta} + \text{جتا}^{\theta^2} = 2 \text{جا}^{\theta} \text{جتا}^{\theta} - \text{جتا}^{\theta^2} + \text{جا}^{\theta^2} + \text{جتا}^{\theta^2} = 1$$

**تدريب<sup>٣</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

$$\dots\dots\dots = (\text{جتا}^{\theta} - \text{جا}^{\theta})^2 + 2 \text{جا}^{\theta} \text{جتا}^{\theta}$$

(أ) صفر

(ب) ١

(ج) ١ + ٢ جا<sup>٢</sup> θ جتا<sup>٢</sup> θ

(د) ١ + جا<sup>٢</sup> θ جتا<sup>٢</sup> θ

**مثال<sup>٤</sup>:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:  $\text{قا}^{\theta} + \text{قتا}^{\theta} = \dots\dots\dots$

(أ) ١

(ب) ٢ قا<sup>٢</sup> θ قتا<sup>٢</sup> θ

(ج) ١ -

(د) قا<sup>٢</sup> θ قتا<sup>٢</sup> θ

الحل

تذكروا أن:  
 $\frac{1}{\theta} = \theta$  قا جتا

$$\frac{1}{\theta^2 \text{ جتا}} = \frac{\theta^2 \text{ جتا} + \theta^2 \text{ جا}}{\theta^2 \text{ جتا} \theta^2 \text{ جا}} = \frac{1}{\theta^2 \text{ جا}} + \frac{1}{\theta^2 \text{ جتا}} = \text{المقدار}$$

$$\theta^2 \text{ قا} \theta^2 \text{ قتا} =$$

### تدريب ٤:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ظا  $\theta$  + ظتا  $\theta$  = .....

- (أ) ١ (ب) ظا  $\theta$  ظتا  $\theta$  (ج) قا  $\theta$  قتا  $\theta$  (د) صفر

### مثال ٥:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : قا  $\theta$  - ظا  $\theta$  جا  $\theta$  - ١ = .....

- (أ) جا  $\theta$  (ب) جتا  $\theta$  (ج) ظا  $\theta$  (د) ظتا  $\theta$

### الحل

$$\text{المقدار} = \theta^2 \text{ قا} - \theta^2 \text{ ظا} \text{ جا} \theta - 1 = 1 - \theta^2 \text{ جا} \theta - \theta^2 \text{ ظا} \theta = \theta^2 \text{ ظا} \theta (1 - \text{جا} \theta)$$

$$= \theta^2 \text{ ظا} \theta \text{ جتا} \theta \times \frac{\theta^2 \text{ جا} \theta}{\theta^2 \text{ جتا} \theta} = \theta^2 \text{ ظا} \theta \text{ جتا} \theta = \theta^2 \text{ ظتا} \theta$$

### تدريب ٥:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : جا  $\theta$  - ظا  $\theta$  جا  $\theta$  = .....

- (أ) جا  $\theta$  (ب) جتا  $\theta$  (ج) ظا  $\theta$  (د) ظتا  $\theta$

### مثال ٦:

إذا كان : جا  $\theta$  - جتا  $\theta = \frac{3}{5}$  حيث :  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  فإن : جا  $\theta$  جتا  $\theta$  = .....

- (أ)  $\frac{16}{25}$  (ب)  $\frac{8}{25}$  (ج)  $\frac{4}{5}$  (د)  $\frac{2}{5}$



### الحل

بتربيع الطرفين للعلاقة المعطاة:  $\frac{9}{25} = \theta^2 - 2 \text{ جا } \theta \text{ جتا } \theta + \theta^2 \text{ جتا }^2 \theta = \frac{16}{25}$   $\leftarrow$   $\frac{9}{25} = \theta^2 - 2 \text{ جا } \theta \text{ جتا } \theta$   $\leftarrow$   $\frac{8}{25} = \theta \text{ جتا } \theta$

### تدريب<sup>٦</sup>:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

إذا كان:  $\theta$  قتا -  $\theta$  ظتا =  $\frac{1}{4}$  حيث:  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  فإن:  $\theta$  قتا +  $\theta$  ظتا = .....

- (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج) ١ (د) ٤

### مثال<sup>٧</sup>:

إذا كان:  $\theta$  قتا -  $\theta$  ظتا =  $\frac{1}{3}$  فأوجد قيمة  $\theta$

### الحل

#### حل آخر

<p>قتا <math>\theta = \theta^2 + \frac{1}{3}</math> (بتربيع الطرفين) (١)</p> <p>قتا <math>\theta^2 = \frac{1}{9} + \frac{2}{3} \theta \text{ ظتا } \theta</math></p> <p>قتا <math>\theta^2 - \frac{2}{3} \theta \text{ ظتا } \theta = \frac{1}{9}</math></p> <p><math>\frac{1}{9} + \frac{2}{3} \theta \text{ ظتا } \theta = 1</math></p> <p><math>\frac{2}{3} \theta \text{ ظتا } \theta = \frac{8}{9}</math> <math>\leftarrow</math> <math>\frac{2}{3} \theta \text{ ظتا } \theta = \frac{8}{9}</math></p> <p>من (١) قتا <math>\theta = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}</math></p>	<p>قتا <math>\theta^2 - \theta \text{ ظتا } \theta = 1</math></p> <p>قتا <math>\theta^2 = (\theta \text{ قتا} + \theta \text{ ظتا}) (\theta \text{ قتا} - \theta \text{ ظتا})</math></p> <p>قتا <math>\theta^2 = 3 = \theta \text{ قتا} + \theta \text{ ظتا}</math> (١)</p> <p>قتا <math>\theta^2 = \theta \text{ قتا} - \theta \text{ ظتا}</math> (٢)</p> <p>من (١)، (٢) قتا <math>\theta = \frac{5}{3}</math></p>
--	---

### تدريب<sup>٧</sup>:

إذا كان:  $\theta$  قتا -  $\theta$  ظتا =  $\frac{1}{2}$  فأوجد قيمة  $\theta$

## إجابات التدريبات

تدريب<sup>٥</sup>:

الجواب : (ج)

تدريب<sup>٦</sup>:

الجواب : (ء)

تدريب<sup>٧</sup>:

الجواب :  $\frac{5}{4}$

تدريب<sup>١</sup>:

الجواب :  $\text{جتا } \theta$

تدريب<sup>٢</sup>:

الجواب : (ب)

تدريب<sup>٣</sup>:

الجواب : (ب)

تدريب<sup>٤</sup>:

الجواب : (ج)

## تمارين على الدرس الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١)  $\text{جتا } \theta - 1 = \dots\dots\dots$

(ء)  $1 - \text{جتا } \theta$

(ج)  $\text{جتا } \theta$

(ب)  $\text{جتا } \theta$

(أ)  $1 - \text{جتا } \theta$

(٢)  $\text{جتا } \theta - \text{جتا } \theta = \dots\dots\dots$

(ء)  $1 + 2 \text{جتا } \theta$

(ج)  $1 + 2 \text{جتا } \theta$

(ب)  $1 - 2 \text{جتا } \theta$

(أ)  $1 - 2 \text{جتا } \theta$

(٣)  $(\text{ظا } 37^\circ - \text{قا } 37^\circ) = \dots\dots\dots$

(ء)  $1$

(ج)  $1$

(ب)  $3$

(أ)  $3$

(٤)  $\text{جتا } \theta \text{ ظتا } \theta$  في أبسط صورة يساوي  $\dots\dots\dots$

(ء)  $\text{ظا } \theta$

(ج)  $\text{جتا } \theta$

(ب)  $\text{ظتا } \theta$

(أ)  $\text{جتا } \theta$

(٥)  $\frac{1 + \text{ظنا}^2 \theta}{1 + \text{ظا}^2 \theta}$  في أبسط صورة يساوي .....

(أ) ١ (ب)  $\text{جتا}^2 \theta$  (ج)  $\text{ظا}^2 \theta$  (د)  $\text{ظنا}^2 \theta$

(٦)  $\frac{\text{جتا} \theta}{\text{قا} \theta} + \frac{\text{جتا} \theta}{\text{قتا} \theta} = \dots\dots\dots$

(أ) ١ (ب)  $\text{جا} \theta \text{ جتا} \theta$  (ج)  $\text{قا} \theta \text{ قتا} \theta$  (د)  $\text{ظا} \theta$

(٧)  $\text{قتا} \theta - \text{جا} \theta = \dots\dots\dots$

(أ)  $\text{جتا} \theta \text{ ظنا} \theta$  (ب)  $\text{قتا} \theta \text{ جاب} \theta$  (ج)  $\text{قتا} \theta \text{ قاب} \theta$  (د)  $\text{جتا} \theta \text{ ظاب} \theta$

(٨)  $\frac{1 + \text{ظنا}^2 \theta}{\text{قا}^2 \theta} = \dots\dots\dots$

(أ)  $\text{جا}^2 \theta$  (ب)  $1 - \text{جتا}^2 \theta$  (ج)  $1 - \text{جا}^2 \theta$  (د) ١

(ب) اثبت صحة المتطابقات :

(٢)  $1 - \text{حاس} = \frac{\text{جتا}^2 \theta}{1 + \text{جا}^2 \theta}$

(١)  $\frac{1 - \text{جا} \theta}{1 + \text{جتا} \theta} = \text{ظا}^2 \theta (\text{قا} \theta - \text{ظا} \theta)$

(٤)  $\text{ظنا}^2 \theta - \text{قتا}^2 \theta = \frac{\text{جا}^2 \theta - \text{قا}^2 \theta}{\text{جتا}^2 \theta - \text{جتا}^2 \theta}$

(٣)  $\frac{1}{\text{قا} \theta \text{ قتا} \theta} = \frac{\text{ظا} \theta}{1 + \text{ظا}^2 \theta}$

### إجابة تمارين على الدرس الأول

(١) (أ) (٦) (د)

(٢) (ب) (٧) (أ)

(٣) (د) (٨) (ج)

(٤) (ج)

(٥) (أ)



## الدرس الثاني: حل المعادلات المثلثية

**ملخص الدرس:** المقصود بحل المعادلة المثلثية هو إيجاد قيم المتغير التي تحقق هذه المعادلة.

### مثال ١:

أوجد الحل العام للمعادلة:  $\sin \theta = 1$  جا  $\theta = 1$  - صفر

**الحل**

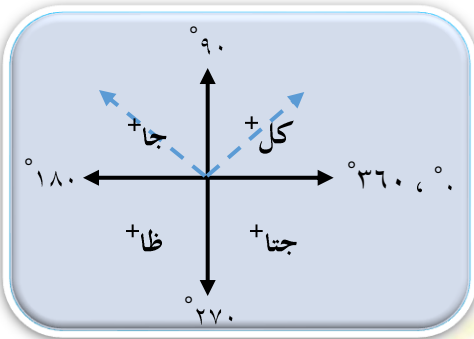
جا  $\theta = 1$  ← جا  $\theta = \frac{1}{1}$  (موجبة)

$\therefore \theta$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثاني

$\therefore \theta = 30^\circ$  أو  $\theta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$  أو  $\theta = \frac{\pi}{6} + \pi$  لإيجاد الحل العام نضيف  $(2\pi \sim)$  إلى قيم  $\theta$

$\therefore$  الحل العام هو:  $\frac{\pi}{6} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{6} + \pi + 2\pi \sim$  حيث:  $\sim \in \sim$



### مثال ٢: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

الحل العام للمعادلة:  $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  صفر هو ..... ،  $\sim \in \sim$

(أ)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{4} + \pi - 2\pi \sim$  (ب)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{4} + \pi - 2\pi \sim$

(ج)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{4} + \pi - 2\pi \sim$  (د)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{4} + \pi - 2\pi \sim$

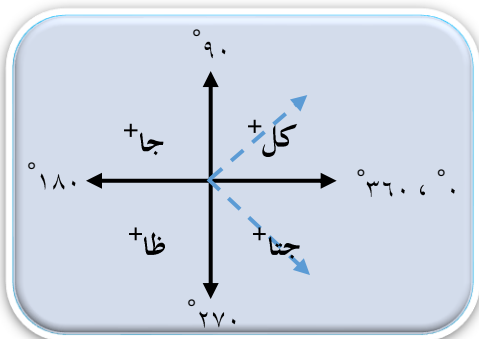
**الحل**

جا  $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ← جا  $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (موجبة)

$\therefore \theta$  تقع في الربع الأول أو في الربع الرابع

$\therefore \theta = 45^\circ$  أو  $\theta = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$  أو  $\theta = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$  الحل العام هو:  $\frac{\pi}{4} + 2\pi \sim$  أو  $\frac{\pi}{4} + \pi - 2\pi \sim$  حيث:  $\sim \in \sim$



### تدريب ١:

الحل العام للمعادلة :  $\theta - 1 = \text{صفر هو } \dots\dots\dots$

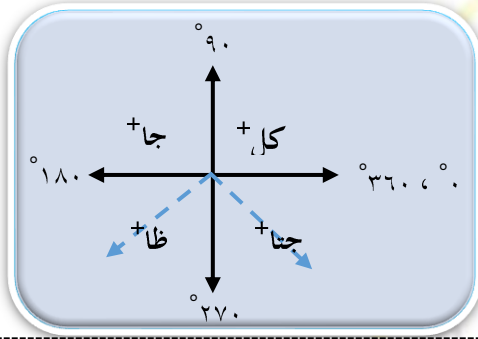
(أ)  $\sim \pi^2 + \frac{\pi}{4}$  (ب)  $\sim \pi^4 + \frac{\pi}{4}$  (ج)  $\sim \pi^3 + \frac{\pi}{4}$  (د)  $\sim \pi + \frac{\pi}{4}$

حيث :  $\sim \ni \sim$

### مثال ٢: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $\theta + 2 = \text{صفر}$  حيث :  $\theta \in [\pi, 0]$  هي  $\dots\dots\dots$

(أ)  $\{\frac{\pi}{3}\}$  (ب)  $\{\frac{\pi}{4} -\}$  (ج)  $\{\frac{\pi}{6}\}$  (د)  $\emptyset$



الحل

$\therefore \theta + 2 = \text{صفر} \therefore \theta = -2$  (سالبة)

$\therefore \theta$  تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

$\therefore \theta \in [\pi, 0] \therefore \emptyset$  مجموعة الحل =

### تدريب ٢: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $\sqrt{3}\theta + 2 = \text{صفر}$  ،  $\theta \in [\pi, 2\pi]$  هي  $\dots\dots\dots$

(أ)  $\{\frac{\pi}{4}\}$  (ب)  $\{\frac{\pi}{6}\}$  (ج)  $\{\frac{\pi}{3}\}$  (د)  $\{\frac{\pi}{2}\}$

### مثال ٣: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

إذا كانت :  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  فإن مجموعة حل المعادلة :  $\theta - 90^\circ = \text{صفر}$  هي  $\dots\dots\dots$

(أ)  $\{0^\circ, 90^\circ\}$  (ب)  $\{0^\circ, 270^\circ\}$  (ج)  $\{90^\circ, 270^\circ\}$  (د)  $\{30^\circ, 90^\circ\}$

الحل

جتا  $\theta = \text{صفر} \therefore \theta = 90^\circ$  أو  $\theta = 270^\circ$

$\therefore$  مجموعة الحل =  $\{90^\circ, 270^\circ\}$

**تدريب<sup>٣</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

إذا كانت :  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  فإن مجموعة حل المعادلة :  $\cos \theta = 0$  هي .....  
(أ)  $\{0^\circ, 180^\circ\}$  (ب)  $\{90^\circ\}$  (ج)  $\{0^\circ, 180^\circ\}$  (د)  $\{90^\circ, 270^\circ\}$

**مثال<sup>٤</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $\sin \theta = 0$  حيث :  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$  هي .....  
(أ)  $\{0^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$  (ب)  $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ\}$  (ج)  $\{0^\circ, 90^\circ, 270^\circ\}$  (د)  $\{90^\circ, 270^\circ\}$

**الحل**

$$\begin{array}{l} \sin \theta = 0 \quad \text{جا } \theta = 0^\circ \text{ أو } 180^\circ \\ \sin \theta = 0 \quad \text{جا } \theta = 0^\circ \text{ أو } 180^\circ \end{array}$$

∴ مجموعة الحل =  $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$

**تدريب<sup>٤</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $\sin \theta = 0$  حيث :  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$  هي .....  
(أ)  $\{0^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$  (ب)  $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ\}$  (ج)  $\{0^\circ, 90^\circ, 270^\circ\}$  (د)  $\{90^\circ, 270^\circ\}$

**مثال<sup>٥</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

عدد حلول المعادلة :  $\sin \theta = 0$  جا  $\theta = 90^\circ$  هو .....  
(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

**الحل**

$$(جا \theta - 3) = \text{صفر}$$

$$\therefore جا \theta - 3 = \text{صفر} \leftarrow جا \theta = 3 \text{ (مرفوضة) لأن: } 1 - جا \theta \geq 1$$

$\therefore$  عدد حلول المعادلة يساوي صفر

**تدريب<sup>٥</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

عدد حلول المعادلة :  $\theta - 4 \leq \theta + 4 = \text{صفر}$  يساوي ..... حيث :  $\theta \in [0, \pi]$  [ صفر ،  $\pi$  ]  
(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

**مثال<sup>٦</sup>:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $2 \sin \theta + 3 \cos \theta + 1 = \text{صفر}$  حيث :  $\theta \in [0, 270^\circ]$  هي .....  
(أ)  $\{210^\circ\}$  (ب)  $\{120^\circ\}$  (ج)  $\{150^\circ\}$  (د)  $\{240^\circ\}$

**الحل**

$$(2 \sin \theta + 3 \cos \theta + 1) = \text{صفر}$$

$$\text{أما } 2 \sin \theta = 1 - 3 \cos \theta \leftarrow 2 \sin \theta = -1 \text{ (سالبه)}$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

$$\theta = 210^\circ \text{ أو } \theta = 330^\circ \notin [0, 270^\circ]$$

$$\text{أو } 2 \sin \theta = 1 - 3 \cos \theta \leftarrow 2 \sin \theta = 270^\circ \notin [0, 270^\circ]$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{210^\circ\}$$

**تدريب<sup>٦</sup>:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة :  $2 \sin \theta + 5 \cos \theta - 3 = \text{صفر}$  حيث :  $\theta \in [0, 180^\circ]$  هي .....  
(أ)  $\{30^\circ\}$  (ب)  $\{60^\circ\}$  (ج)  $\{120^\circ\}$  (د)  $\{150^\circ\}$

### مثال ٧:

اوجد مجموعة حل المعادلة :  $3 \cos \theta + \sin^2 \theta = 3$  صفر حيث :  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$

#### الحل

$$3 \cos \theta + \sin^2 \theta = 3$$

$$\therefore 3 \cos \theta + (\cos^2 \theta - 1) = 3$$

$$\therefore \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 2 = 0$$

$$(\cos \theta - 1)(\cos \theta - 2) = 0$$

$$\cos \theta = 1 \quad \leftarrow \theta = 0^\circ$$

$$\cos \theta = 2 \quad \text{أو} \quad \cos \theta = -1 \quad \text{لأن : } -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{0^\circ\}$$

### تدريب ٧:

اوجد مجموعة حل المعادلة :  $4 \cos \theta + \sin^2 \theta = 4$  صفر حيث :  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$

#### إجابات التدريبات

تدريب ١: الجواب : (أ) تدريب ٢: الجواب : (ب) تدريب ٣: الجواب : (ج)

تدريب ٤: الجواب : (ج) تدريب ٥: الجواب : (ب) تدريب ٦: الجواب : (ب)

### تدريب ٧:

$$4 \cos \theta + (\cos^2 \theta - 1) = 4 \quad \leftarrow \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 3 = 0$$

$$(\cos \theta - 1)(\cos \theta - 3) = 0$$

$$\cos \theta = 1 \quad \leftarrow \theta = 0^\circ$$

$$\cos \theta = 3 \quad \text{أو} \quad \cos \theta = -1 \quad \text{لأن : } -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{0^\circ\}$$

## تمارين على الدرس الثاني

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت :  $180^\circ \geq \theta > 360^\circ$  وكانت :  $2$  جا  $\theta + 1 = 0$  صفر فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $150^\circ$  (ب)  $210^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $240^\circ$

(٢) مجموعة حل المعادلة :  $3 - \theta$  جتا  $\sqrt{3} = \theta$  صفر حيث :  $\pi > \theta > 2\pi$  هي  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $\{\frac{\pi}{4}\}$  (ب)  $\{\frac{\pi}{3}\}$  (ج)  $\{\frac{\pi}{2}\}$  (د)  $\{\frac{\pi}{6}\}$

(٣) إذا كانت :  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  وكانت :  $\theta = 1$  ظا فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $135^\circ$

(٤) إذا كانت :  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  وكانت :  $\theta = 2$  قاسا فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $30^\circ$  أو  $120^\circ$  (ب)  $60^\circ$  أو  $300^\circ$  (ج)  $30^\circ$  أو  $150^\circ$  (د)  $60^\circ$  أو  $240^\circ$

(٥) إذا كانت :  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  صفر ، جتا  $\theta = \frac{1}{2}$  فإن مجموعة حل المعادلة  $\{ \dots\dots\dots \}$

- (أ)  $\frac{\pi}{6}$  (ب)  $\frac{\pi}{3}$  (ج)  $\frac{\pi}{4}$  (د)  $\emptyset$

(٦) إذا كانت :  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  فإن مجموعة حل المعادلة :  $2 - \theta$  جتا  $\sqrt{3} = \theta$  صفر هي  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $\{0^\circ\}$  (ب)  $\{90^\circ\}$  (ج)  $\{0^\circ, 180^\circ\}$  (د)  $\{ \}$

(٧) إذا كانت :  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$  فإن مجموعة حل المعادلة :  $2$  جا  $\theta$  جتا  $3 + \theta$  جتا  $\sqrt{3} = \theta$  صفر هي  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $\{90^\circ, 270^\circ\}$  (ب)  $\{0^\circ, 90^\circ\}$  (ج)  $\{90^\circ, 180^\circ\}$  (د)  $\{0^\circ, 270^\circ\}$

(٨) مجموعة حل المعادلة :  $2 - \theta$  ظا  $\sqrt{3} = \theta$  صفر حيث :  $\theta \in [0, \pi]$  هي  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $\{\frac{\pi}{2}, \text{ صفر}\}$  (ب)  $\{\frac{\pi}{4}, \text{ صفر}\}$  (ج)  $\{\pi, \text{ صفر}\}$  (د)  $\{\frac{\pi}{6}, \text{ صفر}\}$

(ب) أوجد الحل العام للمعادلات الآتية :

$$(1) \text{ قتا } \theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (2) \text{ جتا } (\theta - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$$



## إجابة تمارين على الدرس الثاني

(أ) :

(أ) (٥)

(ب) (٤)

(ب) (٣)

(٢) (٤)

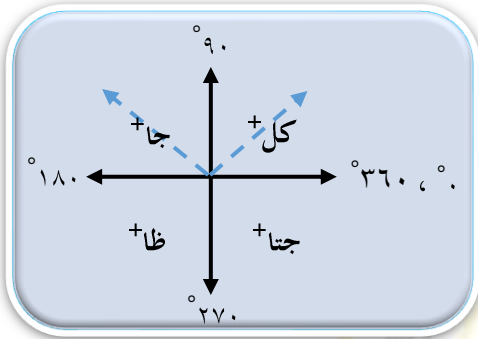
(ب) (١)

(ب) (٨)

(أ) (٧)

(ج) (٦)

(ب) :

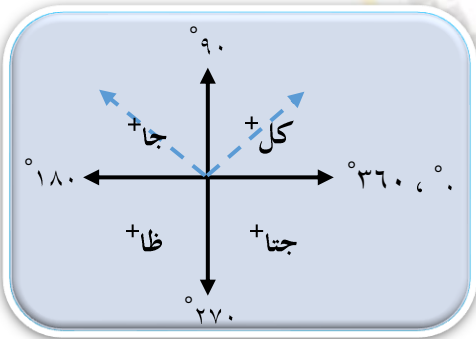


(١) قتا  $\theta = \frac{2}{\sqrt{2}}$  ← جا  $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (موجبة)

∴  $\theta$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثاني

∴  $\theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$  أو  $\theta = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$

الحل العام هو :  $\theta = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$  أو  $\theta = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$



(٢) جتا  $\theta = \left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$  ← جا  $\theta = \frac{1}{2}$  (موجبة)

∴  $\theta$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثاني

∴  $\theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$  أو  $\theta = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$

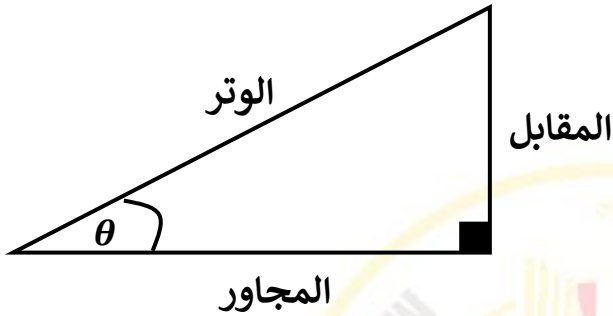
الحل العام هو :  $\theta = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$  أو  $\theta = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$



## الدرس الثالث : حل المثلث القائم الزاوية

**تعريف:** حل المثلث هو إيجاد قياسات زواياه و أطوال اضلاعه الغير معلومة.

### تذكر أن:



$$\text{جا } \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جتا } \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

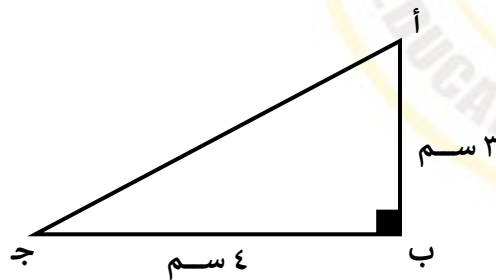
$$\text{ظا } \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

### مثال ١:

حل المثلث أ ب ج الذي فيه :  $\angle B = 90^\circ$  ،  $AB = 3$  سم ،  $BC = 4$  سم

**الحل**

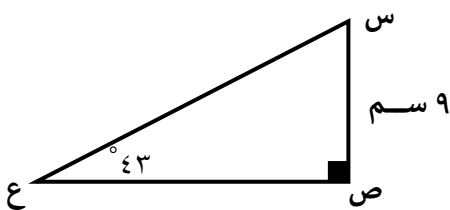
$$AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ سم (فيثاغورث)}$$



$$\therefore \text{ظا ج} = \frac{3}{4} \quad \leftarrow \angle C \approx (90^\circ + 36^\circ 52') = 126^\circ 52'$$

$$\angle A \approx (180^\circ - 126^\circ 52') - 90^\circ = 63^\circ 8'$$

**تدريب ١:** حل المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب والذي فيه :  $AB = 10$  سم ،  $BC = 8$  سم



**مثال ٢:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :  $\angle C \approx \dots\dots\dots$  سم

(أ) ١٠,٢

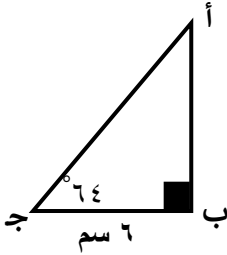
(ب) ٩,٧

(ج) ٨,٦

(د) ١١,٤

الحل

$$\text{ظا } 43^\circ = \frac{9}{\text{ص ع}} \quad \leftarrow \quad \frac{9}{\text{ظا } 43^\circ} = \text{ص ع} \quad \leftarrow \quad \therefore \text{ص ع} \approx 9,7 \text{ سم}$$



تدريب ٢: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

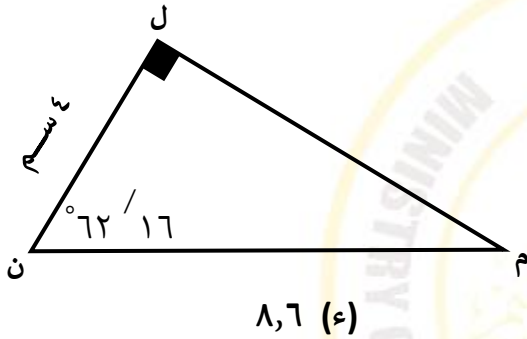
في الشكل المقابل : أ ب  $\approx$  ..... سم

- (أ) ١٢,٣ (ب) ١٠,٨ (ج) ٩,٥ (د) ١١,٤

مثال ٣:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

في الشكل المقابل :



م ن  $\approx$  ..... سم

- (أ) ٩,٤ (ب) ٦,٨ (ج) ٥,٨ (د) ٨,٦

الحل

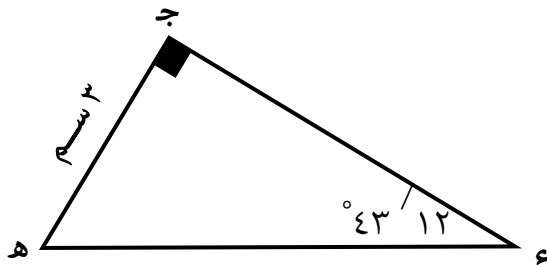
$$\therefore \text{جتا } 62/16^\circ = \frac{4}{\text{م ن}} \quad \leftarrow \quad \therefore \text{م ن} \approx \frac{4}{\text{جتا } 62/16^\circ} \approx 8,6 \text{ سم}$$

تدريب ٣:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :

ه ه  $\approx$  ..... سم

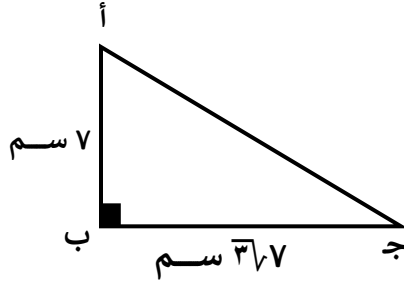


- (أ) ٤,٦ (ب) ٥,٨

- (ج) ٤,٤ (د) ٦,٢

**مثال٤:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :



$\angle C = (\dots)^\circ$

(أ)  $30^\circ$

(ب)  $60^\circ$

(ج)  $45^\circ$

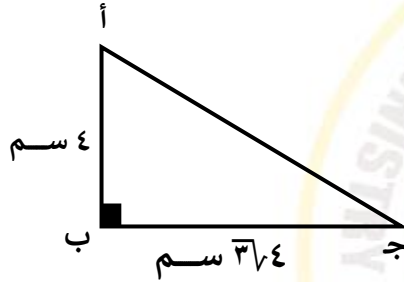
(د)  $75^\circ$

**الحل**

$\therefore \angle C = 30^\circ$  ←

**تدريب٤:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :



$\angle C = (\dots)^\circ$

(أ)  $30^\circ$

(ب)  $60^\circ$

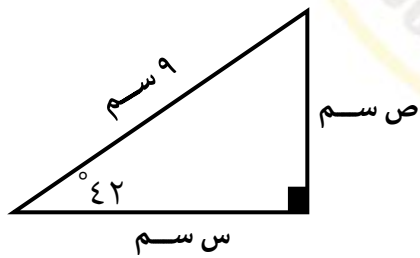
(ج)  $45^\circ$

(د)  $75^\circ$

**مثال٥:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :



$s + v \approx \dots \text{ سم}$

(أ) 12.71

(ب) 14.12

(ج) 11.56

(د) 13.48

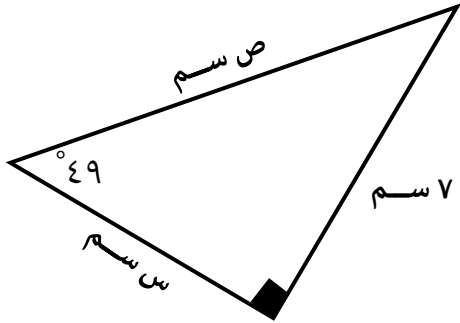
**الحل**

$\therefore \frac{v}{9} = \tan 42^\circ \Rightarrow v = 9 \times \tan 42^\circ \approx 6.02 \text{ سم}$  ←

$\therefore \frac{s}{9} = \cot 42^\circ \Rightarrow s = 9 \times \cot 42^\circ \approx 6.69 \text{ سم}$  ←

$\therefore s + v \approx 12.71 \text{ سم}$

**تدريب:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



في الشكل المقابل :

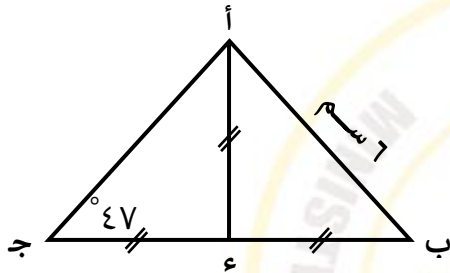
$$س + ص \simeq \dots \dots \dots \text{سم}$$

(أ) ١٥,٣٦ (ب) ٢١,٤٣

(ج) ١٨,٧٤ (د) ١٩,٩٥

**مثال:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

$$أج \simeq \dots \dots \dots \text{سم}$$

(أ) ٤ (ب) ٥

(ج) ٦ (د) ٧

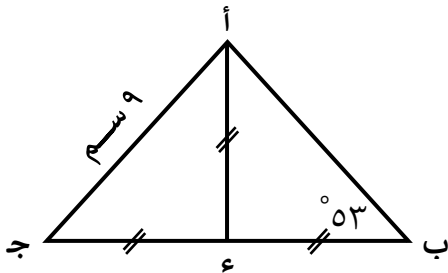
**الحل**

∵  $\overline{AD}$  متوسط ،  $\angle ADB = 90^\circ$  ∴  $\angle B = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$

∴  $\frac{AD}{AB} = \cos B \Rightarrow AD = AB \cdot \cos B = 6 \cdot \cos 47^\circ \approx 4.1$

**تدريب:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

$$أع \simeq \dots \dots \dots \text{سم}$$

(أ) ٤ (ب) ٥

(ج) ٣ (د) ٦

## إجابات التدريبات

تدريب ١:

الجواب: أب = ٦ سم ،  $\angle \alpha \approx 53^\circ$  ،  $\angle \beta \approx 36^\circ$

تدريب ٤:

الجواب: (ج)

تدريب ٢:

الجواب: (أ)

تدريب ٥:

الجواب: (أ)

تدريب ٣:

الجواب: (ج)

تدريب ٦:

الجواب: (ب)

## تمارين على الدرس الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل:

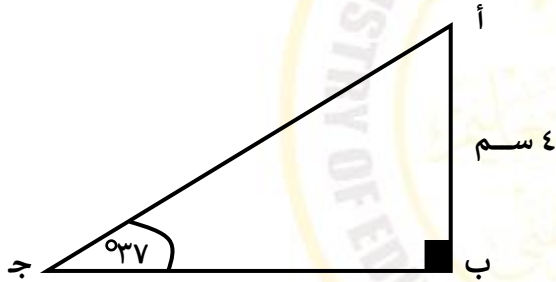
أج  $\approx$  ..... سم

(ب) ٧,٤

(أ) ٤,٨

(٤) ٦,٦

(ج) ٥,٦



(٢) في الشكل المقابل:

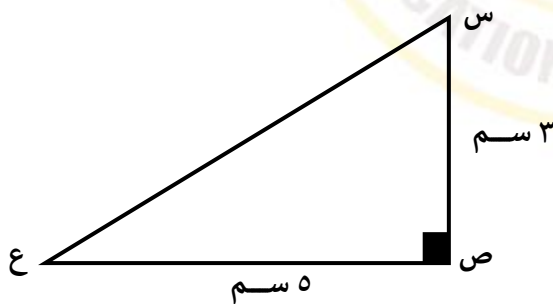
ق  $\hat{=}$  .....  $^\circ$

(ب) ٤٢  $^\circ$

(أ) ٣١  $^\circ$

(٤) ٤٤  $^\circ$

(ج) ٣٨  $^\circ$



(٣) في الشكل المقابل:

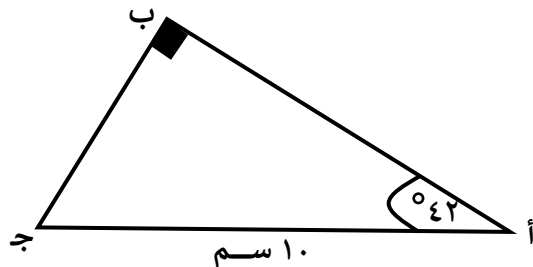
أب  $\approx$  ..... سم

(ب) ٦,٨

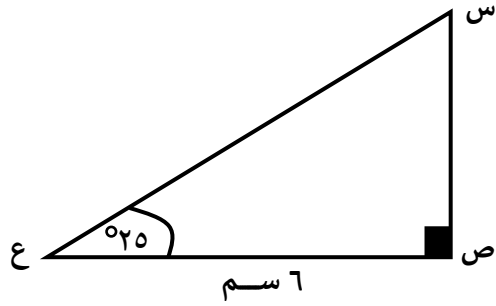
(أ) ٥,٦

(٤) ٨,٢

(ج) ٧,٤

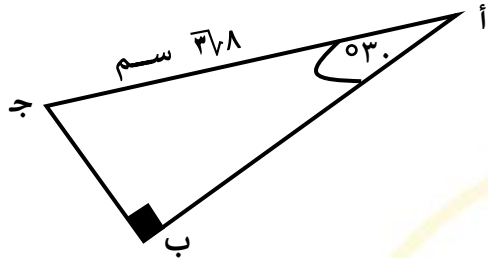






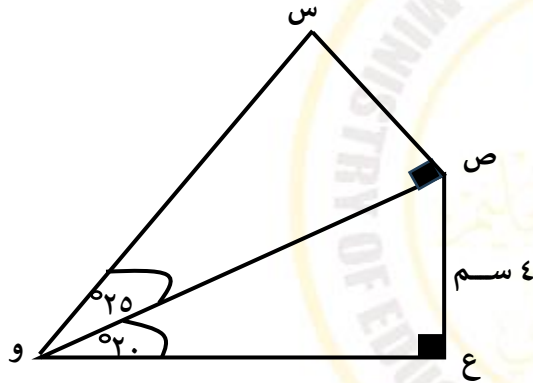
(٤) في الشكل المقابل:

- س ص  $\approx$  ..... سم  
(أ) ٦ طا ٢٥°  
(ب) ٦ طا ٢٥°  
(ج) ٦ حا ٢٥°  
(٤) ٦ حا ٢٥°



(٥) في الشكل المقابل:

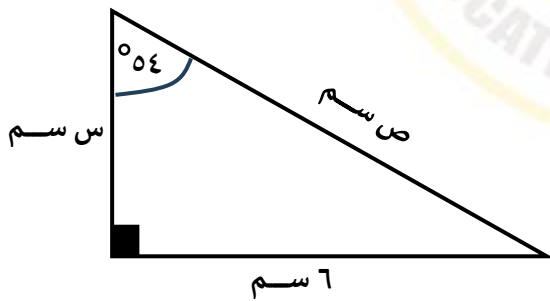
- أ ب  $\approx$  ..... سم  
(أ) ٨  
(ب) ١٢  
(ج) ٦  
(٤) ٣√١٢



(٦) في الشكل المقابل:

و س  $\approx$  ..... سم

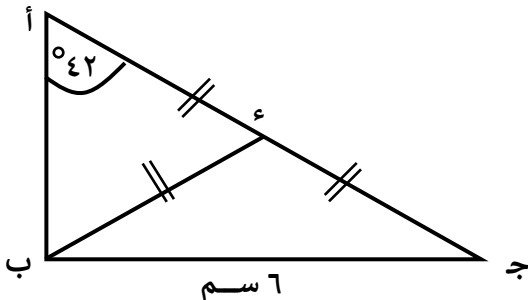
- (أ) ٤ طا ٢٠° ظ ٢٥°  
(ب) ٤ حا ٢٠° حا ٢٥°  
(ج) ٤ ق ٢٠° حا ٢٥°  
(٤) ٤ ق ٢٠° ق ٢٥°



(٧) في الشكل المقابل:

س + ص  $\approx$  ..... سم

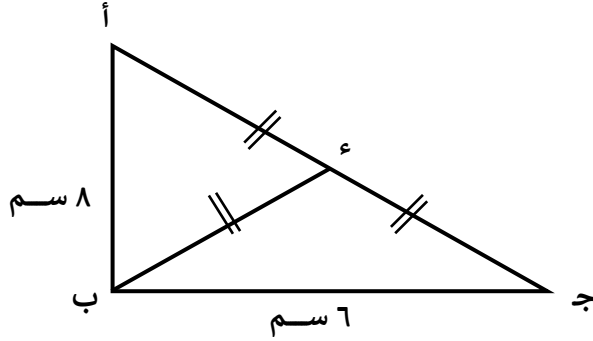
- (أ) ١١,٨  
(ب) ١٢,٨  
(ج) ١٠,٨  
(٤) ١٣,٨



(٨) في الشكل المقابل:

أ ب  $\approx$  ..... سم

- (أ) ٤,٨  
(ب) ٦,٧  
(ج) ٨,٢  
(٤) ٥,٧



(٩) في الشكل المقابل:

ق ( > ج ) ≈ .....

- (أ)  $42^\circ$  (ب)  $56^\circ$   
(ج)  $48^\circ$  (د)  $53^\circ$

(ب) حل  $\triangle$  أ ب ج الذي فيه ق ( > ب ) =  $90^\circ$  إذا كان :

(١) أ ب = 6 سم ، ق ( > ج ) =  $48^\circ$

(٢) أ ب = 6 سم ، ب ج = 7 سم

### إجابة تمارين على الدرس الثالث

(أ) :

- |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (١) (أ) | (٢) (أ) | (٣) (ج) | (٤) (أ) | (٥) (ب) |
| (٦) (أ) | (٧) (أ) | (٨) (ب) | (٩) (أ) |         |

(ب) :

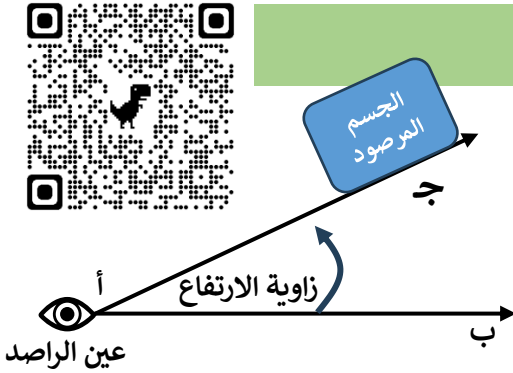
(١) أ ج = 8,07 سم ، ب ج = 5,4 سم ، ح (أ) =  $42^\circ$

(٢) أ ج ≈ 9,22 سم ، ح (أ) ≈  $36^\circ$  ، ح (ب) ≈  $24^\circ$  ، ح (ج) ≈  $49^\circ$

## الدرس الرابع : زوايا الارتفاع والانخفاض

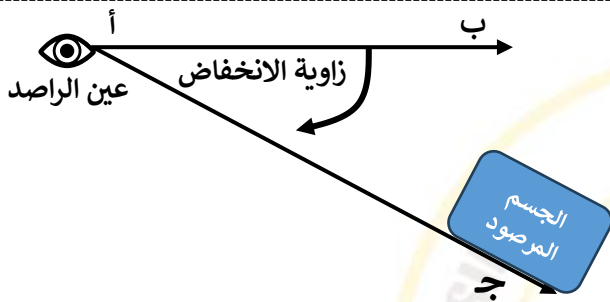
### تعريف ١:

زاوية الارتفاع : هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي  $\overrightarrow{AB}$  و الشعاع الواصل بين عين الراصد والجسم المرصود  $\overrightarrow{AJ}$  .



### تعريف ٢:

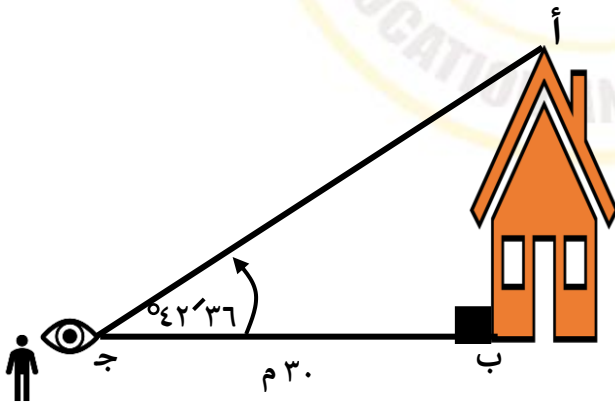
زاوية الانخفاض : هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي  $\overrightarrow{AB}$  و الشعاع الواصل بين عين الراصد والجسم المرصود  $\overrightarrow{AJ}$  .



مثال ١: من نقطة على سطح الأرض على بُعد ٣٠ متراً عن قاعدة منزل ، رصد رجل زاوية ارتفاع قمة المنزل فكان قياسها  $42^\circ 36'$  ، اوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر.

الحل

بفرض  $AB$  يُمثل طول ارتفاع المنزل



$$\frac{AB}{30} = 42^\circ 36'$$

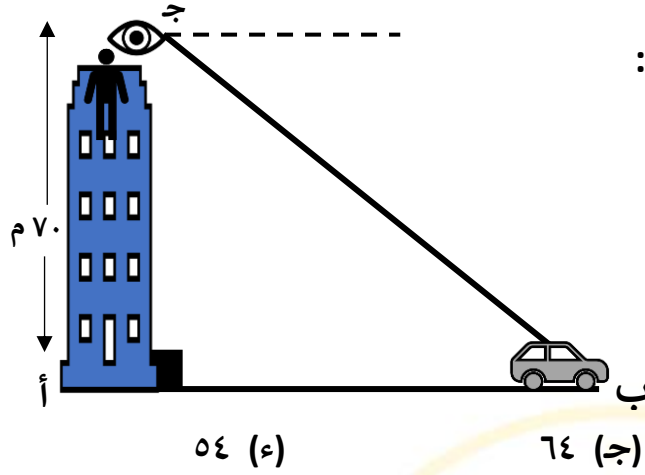
$$\therefore AB = 30 \times \tan 42^\circ 36'$$

$$\approx 28 \text{ متراً}$$

### تدريب ١:

من نقطة على سطح الأرض رصد رجل زاوية ارتفاع قمة منزل فكان قياسها  $44^\circ 15'$  ، فإذا كان ارتفاع المنزل ٣٥ م اوجد لأقرب متر بعد الرجل عن قاعدة المنزل.

### مثال ٢:



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :

رصد الرجل زاوية انخفاض السيارة وكان

قياسها  $43^\circ 17'$  فإن بُعد السيارة عن

قاعدة البرج  $\approx$  ..... متر

بفرض إهمال طول الرجل.

(أ) ٨٤

(ب) ٧٤

(ج) ٦٤

(د) ٥٤

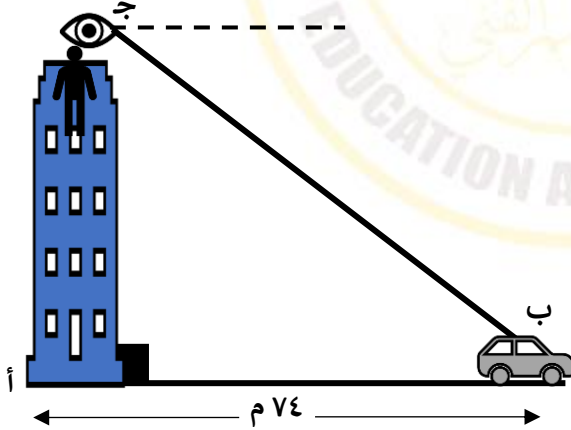
### الحل

بفرض أ ب يُمثل بُعد السيارة عن قاعدة المنزل

$$\therefore \text{أ ب} = \frac{70}{\tan 43^\circ 17'} \approx 74 \text{ متراً}$$

$$\therefore \text{ظا } 43^\circ 17' = \frac{70}{\text{أ ب}}$$

### تدريب ٢:



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل :

إذا رصد رجل زاوية انخفاض السيارة وكان

قياسها  $43^\circ 17'$  ، فإن ارتفاع البرج  $\approx$  ..... متر

بفرض إهمال طول الرجل.

(أ) ٩٠

(ب) ٦٠

(ج) ٨٠

(د) ٧٠

### مثال ٣: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

من قمة شجرة ارتفاعها ٧ م ، رصد قرد زاوية انخفاض موزة تقع في المستوى الأفقي المار بقاعدة الشجرة ، فكان

قياسها  $47^\circ$  ، فإن بعد القرد عن الموزة يساوي ..... لأقرب متر.

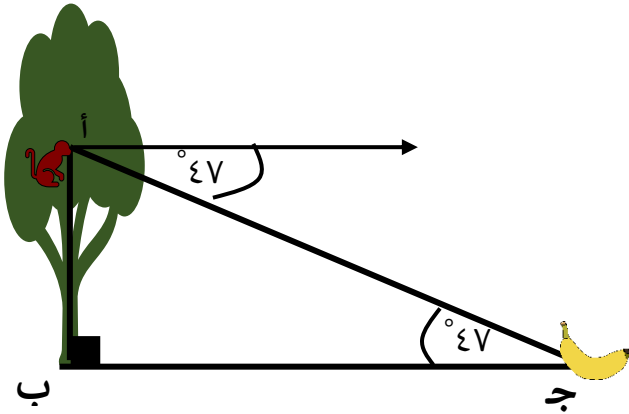
(أ) ١٢

(ب) ١٠

(ج) ٩

(د) ٨

الحل



$$\frac{7}{1} = \tan 47^\circ$$

$$\therefore \text{أ ج} = \frac{7.0}{\tan 47^\circ} = 10 \text{ متر} = \text{بُعد القرد عن الموزة}$$

تدريب ٣:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

من قمة شجرة ارتفاعها ٧ م ، إذا رصد قرد زاوية انخفاض موزة تقع في المستوى الأفقي المار بقاعدة الشجرة ، فكان قياسها  $47^\circ$  ، فإن بُعد الموزة عن قاعدة الشجرة يساوي ..... لأقرب متر.

٧ (أ)

٨ (ب)

٦ (ج)

٥ (د)

مثال ٤:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

عمود إنارة ارتفاعه ٦ متر ، فإذا كان طول ظله على الأرض ٤,٨ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ يساوي ..... لأقرب درجة.

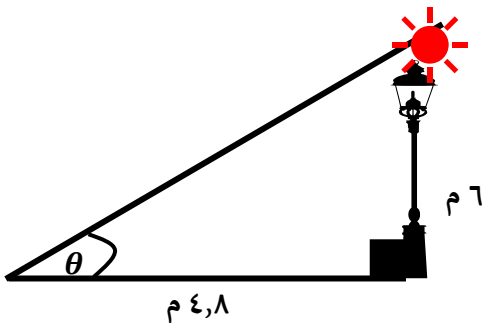
٣٩ (أ)

٦٧ (ب)

٤٨ (ج)

٥١ (د)

الحل



يفرض  $\theta$  قياس زاوية ارتفاع الشمس

$$\therefore \tan \theta = \frac{6}{4.8}$$

$$\therefore \theta \approx 51^\circ$$

### تدريب:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

رجل طوله ١٨٠ سم ، فإذا كان طول ظله على الأرض ١٩٠ سم ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ يساوي ..... لأقرب درجة.

(أ) ٣٨° (ب) ٤٠° (ج) ٤٣° (د) ٤٧°

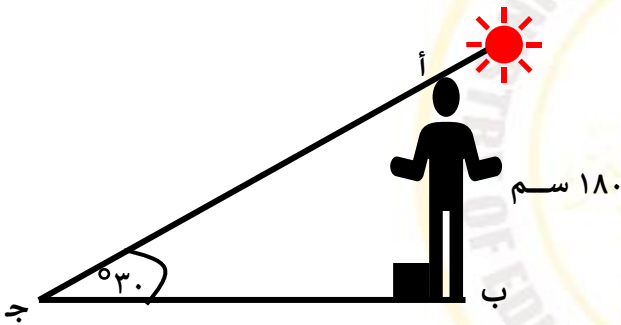
### مثال:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

إذا كان قياس زاوية ارتفاع الشمس ٣٠° ، فإن طول ظل الرجل الذي طوله ١٨٠ سم يساوي ..... سم

(أ) ٩٠√٣ (ب) ١٨٠√٣ (ج) ٣٦٠√٣ (د) ١٢٠√٣

الحل



بفرض أن : طول ظل الرجل ب ج

$$\therefore \text{طا } ٣٠^\circ = \frac{١٨٠}{\text{ب}}$$

$$\therefore \text{ب ج} = \frac{١٨٠}{\text{ظا } ٣٠^\circ} = ١٨٠\sqrt{٣}$$

### تدريب:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

إذا كان قياس زاوية ارتفاع الشمس ٣٠° ، فإن طول رجل طوله على الأرض ١٧٠√٣ سم يساوي ..... سم

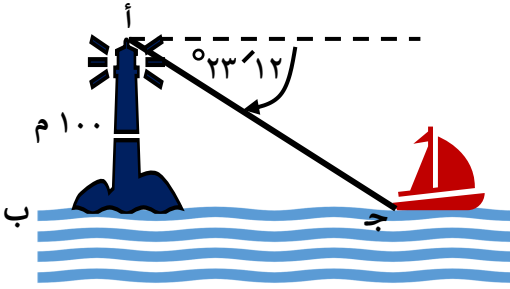
(أ) ٢٤٠√٣ (ب) ١٧٠ (ج) ١٧٠√٣ (د) ١٩٠

**مثال ٦:** من قمة منارة ارتفاعها ١٠٠ متر قياست زاوية انخفاض سفينة فكان قياسها ١٢' ٢٣° ، فأوجد بُعد

السفينة عن قاعدة المنارة إذا كانت السفينة تقع مع قاعدة المنارة في مستوى أفقي واحد.



الحل



بفرض أن بُعد السفينة عن قاعدة المنارة ب ج

$$\frac{100}{\text{ب ج}} = \tan 23^\circ 12'$$

$$\therefore \text{ب ج} = \frac{100}{\tan 23^\circ 12'} \approx 233,32 \text{ متر}$$

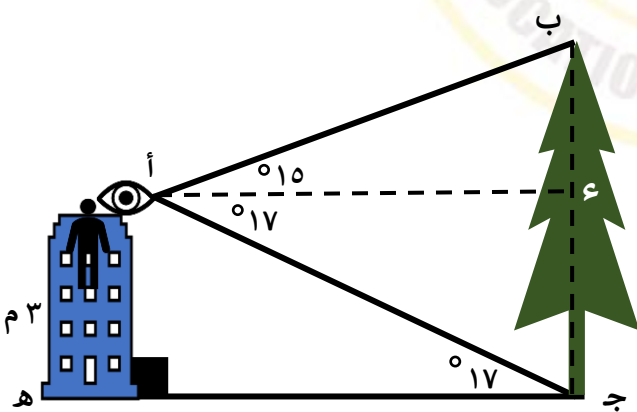
تدريب ٦:

من قمة منارة قياست زاوية انخفاض سفينة فكان قياسها  $34^\circ 15'$ ، فإذا كانت السفينة تبعد عن قاعدة المنارة ٣٠ م فأوجد لأقرب متر ارتفاع المنارة علمًا بأن السفينة تقع مع قاعدة المنارة في مستوى أفقي واحد.

مثال ٧:

من شرفة منزل على ارتفاع ٣ م عن سطح الأرض رصد رجل زاويتي ارتفاع وانخفاض قمة وقاعدة شجرة فكان قياسهما  $15^\circ$ ،  $17^\circ$  على الترتيب، فإذا علمت أن كلاً من قاعدة الشجرة وقاعدة المنزل في مستوى أفقي واحد. أوجد لأقرب متر ارتفاع الشجرة.

الحل



بفرض طول الشجرة ب ج  
في  $\triangle أ ج هـ$

$$\frac{3}{\text{ج هـ}} = \tan 17^\circ$$

$$\text{ج هـ} = \frac{3}{\tan 17^\circ} \approx 9,81 \text{ م}$$

$$\therefore \text{أ هـ} \approx 9,81 \text{ م}$$

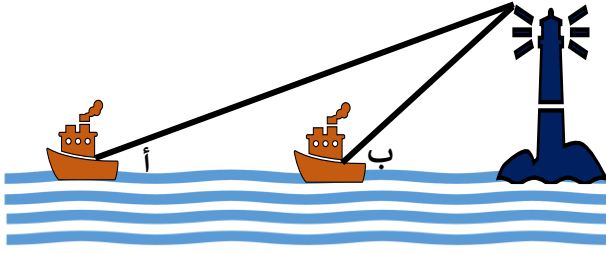
في  $\triangle أ ب هـ$

$$\frac{\text{ب هـ}}{9,81} = \tan 15^\circ$$

$$\therefore \text{ب هـ} = 9,81 \times \tan 15^\circ \approx 2,63 \text{ م}$$

$$\therefore \text{ب ج} = 2,63 + 3 = 5,63 \text{ م}$$

$$\text{ب ج} = \text{ج هـ} + \text{أ هـ}$$



**تدريب<sup>٧</sup>:**

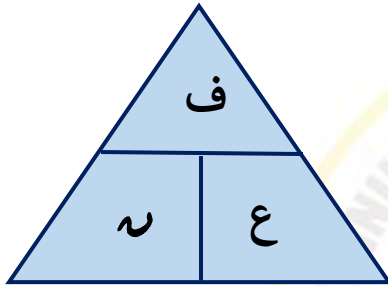
في الشكل المقابل:

تقترب سفينة من منارة ارتفاعها ٥٠ م رصدت قمة

المنارة عندما كانت السفينة عند نقطة أ فوجد أن

قياس زاوية ارتفاعها ٢٥° ورصدت قمة المنارة عندما كانت السفينة عند نقطة ب فكان قياسها ٣٥° فإذا قطعت

السفينة المسافة من أ إلى ب بسرعة منتظمة في ١٠ دقائق ، اوجد هذه السرعة.



**تذكر أن:**

$$\frac{ف}{ن} = ع$$

حيث ف المسافة ، ع السرعة ، ن الزمن

### إجابات التدريبات

**تدريب<sup>٦</sup>:**

الجواب : ٢٠,٤٣ م

**تدريب<sup>٧</sup>:**

الجواب : ٣,٥٨ م/د

**تدريب<sup>١</sup>:**

الجواب : ٣٦ م

**تدريب<sup>٢</sup>:**

الجواب : (٤)

**تدريب<sup>٣</sup>:**

الجواب : (٤)

**تدريب<sup>٤</sup>:**

الجواب : (ج)

**تدريب<sup>٥</sup>:**

الجواب : (ب)

## تمارين على الدرس الرابع

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٤٠ متراً عن قاعدة برج ، قيست زاوية ارتفاع قمة البرج فكان قياسها  $65^\circ$  فإن ارتفاع البرج لأقرب متر يساوي ..... م .

(أ) ٨٤

(ب) ٨٦

(ج) ٨٧

(د) ٨٥

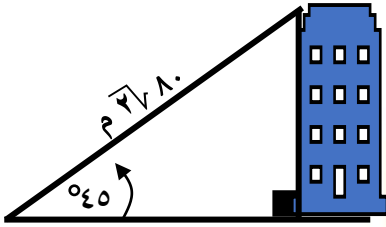
(٢) من قمة برج ارتفاعه ٧٠ متراً رصد رجل زاوية انخفاض سيارة واقعة في المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج ، فكان قياسها  $12^\circ 3'$  ، فإن بعد السيارة عن قاعدة البرج تساوي تقريباً ..... م .

(أ) ٥٢

(ب) ٦٤

(ج) ٤٨

(د) ٥٩



(٣) في الشكل المقابل:

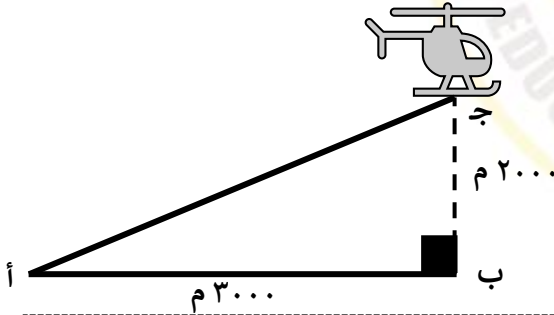
ارتفاع البرج  $\approx$  ..... متراً.

(أ) ١٦٠

(ب) ٢٦١٦٠

(ج) ٢٦٤٠

(د) ٨٠



(٤) في الشكل المقابل:

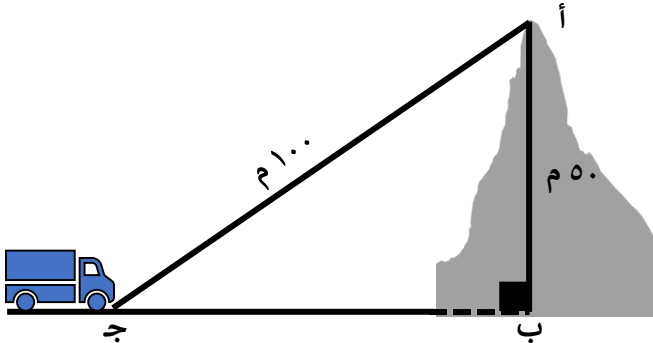
قياس زاوية ارتفاع الطائرة المرصودة من نقطة أ تساوي ..... لأقرب درجة.

(أ)  $52^\circ$

(ب)  $54^\circ$

(ج)  $34^\circ$

(د)  $58^\circ$



(٥) في الشكل المقابل:

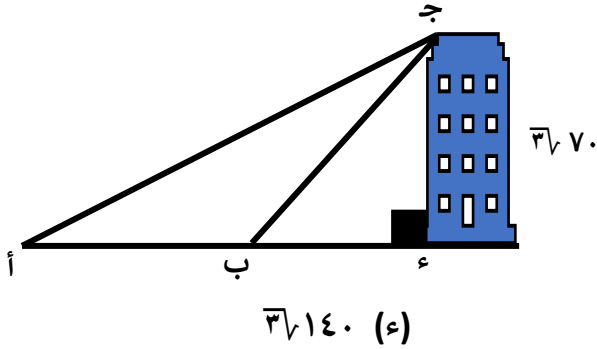
قياس زاوية انخفاض السيارة المرصودة من نقطة أ يساوي ..... لأقرب درجة.

(أ)  $30^\circ$

(ب)  $45^\circ$

(ج)  $60^\circ$

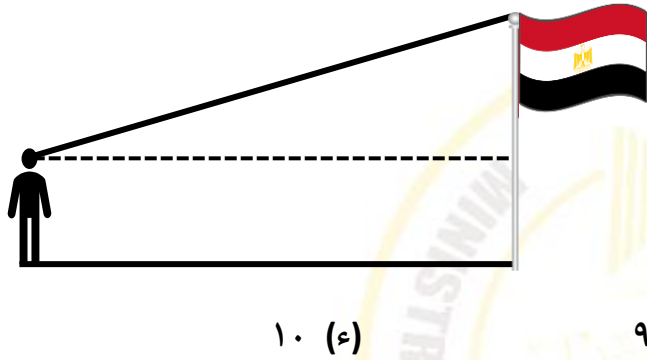
(د)  $75^\circ$



(٦) في الشكل المقابل:

إذا كان قياس زاوية ارتفاع قمة البرج الذي طوله ٣٧٧٠ متر من النقطتين أ ، ب على نفس الخط الأفقي المار بقاعدة البرج هما ٣٠° ، ٦٠° على الترتيب فإن البعد بين النقطتين أ ، ب يساوي ..... متر.

- (أ) ٣٧٧٠ (ب) ١٤٠ (ج) ٧٠ (د) ٣٧١٤٠



(٧) في الشكل المقابل:

رجل طوله ١,٥ م على بعد ٨ م من قاعدة سارية علم رأسى ، فإذا رصد الرجل زاوية ارتفاع أعلى نقطة في سارية العلم ، فكان قياسها ١٧°٤٣' ، فإن طول السارية ..... لأقرب متر.

- (أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٠

(٨) في الشكل المقابل:

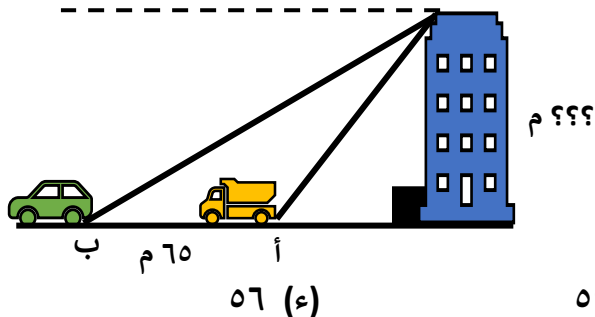
عمود إنارة ارتفاعه ٦,٥ م يلقي ظلًا على الأرض طوله ٥,٥ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ ..... لأقرب درجة.

- (أ) ٥٠° (ب) ٥٤° (ج) ٥٨° (د) ٦٠°

(٩) من قمة صخرة ارتفاعها ٣٠٠ متر عن سطح البحر ، قيست زاوية انخفاض قارب يبعد ٤٠٠ متر عن قاعدة الصخرة ، فإن قياس زاوية انخفاض القارب تساوي ..... لأقرب درجة.

- (أ) ٣٥° (ب) ٣٧° (ج) ٣٨° (د) ٤٩°

(١٠) في الشكل المقابل:



من قمة برج رصدت زاويتي انخفاض السيارتين عند النقطتين أ ، ب الواقعتين في المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج ، فكان قياسهما ٦٤° ، ٤٤° على الترتيب فإن ارتفاع البرج ≈ ..... متر.

- (أ) ٨٧ (ب) ٦٨ (ج) ٥٩ (د) ٥٦



## إجابة تمارين على الدرس الرابع

(١) (ب)

(٢) (أ)

(٣) (ع)

(٤) (ج)

(٥) (أ)

(٦) (ب)

(٧) (ج)

(٨) (أ)

(٩) (ب)

(١٠) (ع)



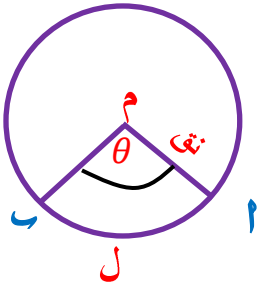


## الدرس الخامس : القطاع الدائري

### ملخص الدرس :

**تعريف القطاع الدائري :** هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس فيها وبنصفي القطر المارين بطرفي هذا القوس .

### قوانين هامة :



$$\text{محيط القطاع} = 2\text{نق} + \text{ل}$$

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{1}{2} \text{نق} \text{ل}$$

$$\text{أو مساحة القطاع} = \frac{1}{2} \theta \text{نق}^2 \leftarrow \text{مساحة القطاع} = \frac{\theta}{360} \times \text{مساحة الدائرة}$$

**حيث :**  $\theta$  هي قياس زاوية القطاع بالتقدير الدائري ،  $\theta$  هي قياس زاوية القطاع بالتقدير الستيني

**مثال محلولة (١) :** قطاع دائري قياس زاويته المركزية  $60^\circ$  مرسوم في دائرة طول قطرها ١٢ سم ، احسب مساحة سطحه ؟

الحل

تذكر أن

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{\theta}{360} \times \text{مساحة الدائرة} \quad \text{مساحة الدائرة} = \pi \text{نق}^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \pi \times 6^2 = \frac{1}{6} \times \pi \times 36 = 6\pi \text{ سم}^2$$

**تدريب (١) :** اختر الإجابة الصحيحة : قطاع دائري قياس زاويته المركزية  $30^\circ$  مرسوم في دائرة طول نصف

قطرها ٦ سم ، فإن مساحة سطحه = .....

(د)  $4\pi$

(ج)  $3\pi$

(ب)  $2\pi$

(أ)  $\pi$



**مثال محلول (٢) :** اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري طول نصف قطره ٨ سم ، محيطه ٢٤ سم فإن مساحة سطحه = ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٩٦ (ب) ٣٦ (ج) ٤٨ (د) ٣٢

الحل

∴ محيط القطاع = ٢ نق + ل

$$∴ ٢٤ = ٢ \times ٨ + ل \quad \leftarrow ل = ٨$$

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{١}{٢} \text{ نق ل} = \frac{١}{٢} \times ٨ \times ٨ = ٣٢ \text{ سم}^٢$$

**تدريب (٢) :** اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري طول قطره ١٢ سم ، محيطه ٣٦ سم فإن مساحة سطحه = ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٧٢ (ب) ٣٦ (ج) ٤٨ (د) ٣٢

**مثال محلول (٣) :** اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري طول نصف قطره ١٠ سم ، مساحته ٢٥ سم<sup>٢</sup> فإن طول قوسه = ..... سم

(أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٢٠

الحل

$$\text{مساحة القطاع} = \frac{١}{٢} \text{ نق ل}$$

$$∴ ل = ٥ \text{ سم} \quad ٢٥ = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ل$$

**تدريب (٣) :** اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري طول نصف قطره ٨ سم ، محيطه ٢٤ سم فإن طول قوسه = ..... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

مثال محلولة (٤) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري مساحته ١٦ سم<sup>٢</sup> ، ومحيطه ٢٠ سم ، فإن قياس زاويته المركزية = ( ..... ) °

(أ)  $(\frac{1}{6})^\circ$  ، (ب)  $(\frac{1}{6})^\circ$  ، (ج)  $(\frac{1}{8})^\circ$  ، (د)  $(\frac{3}{4})^\circ$

(أ)  $(\frac{1}{6})^\circ$  ، (ب)  $(\frac{1}{6})^\circ$  ، (ج)  $(\frac{1}{8})^\circ$  ، (د)  $(\frac{1}{4})^\circ$

الحل

(١) محيط القطاع = ٢ نق + ل ←

(٢) مساحه القطاع =  $\frac{1}{2}$  نق ل ←

بالتعويض من (١) في (٢)

$\frac{1}{2}$  نق (٢٠ - ٢ نق) = ١٦ ← ∴ نق ١٠ - ٢ نق + ١٦ = صفر

نق = ٢

بالتعويض في (٢)

∴ ل = ٢٠ - ٢ × ٢ = ١٦ سم

$\theta = (\frac{1}{6})^\circ$

∴ نق = ٨

بالتعويض في (١)

∴ ل = ٨ × ٢ - ٢٠ = ٤ سم

$\theta = (\frac{1}{6})^\circ$

تدريب (٤) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائري مساحته ٧٥ سم<sup>٢</sup> ، ومحيطه ٣٥ سم ، فإن طول قوسه = .....

(أ) ١٥ ، (ب) ٢٠ ، (ج) ١٠ ، (د) ٥



### حلول التدريبات

حل تدريب (١) :  $\pi^3$  (ج)

حل تدريب (٢) :  $72$  (أ)

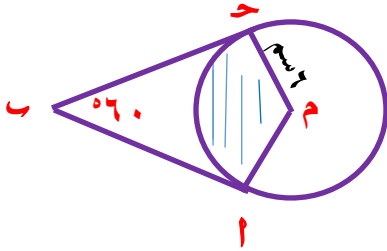
حل تدريب (٣) :  $8$  (د)

حل تدريب (٤) : (ب)  $15$ ،  $20$

## تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة :

- (١) محيط القطاع الدائري الذى طول قطر دائرته ١٢ سم وطول قوسه ٥ سم = ..... سم  
(أ) ١٦ (ب) ١١ (جـ) ٢٩ (د) ١٧
- (٢) مساحة القطاع الدائري الذى طول نصف قطر دائرته ٦ سم ، طول قوسه ١٠ سم يساوى ..... سم<sup>٢</sup>  
(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٢ (د) ١٥
- (٣) مساحة القطاع الدائري الذى قياس زاويته المركزية (١,٤)° وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم  
تساوى ..... سم<sup>٢</sup>  
(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٢٨ (د) ٢٠
- (٤) قطاع دائري محيطه ٢٤ سم وطول قوسه ١٠ سم ، فإن طول قطر دائرته ..... سم  
(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٣
- (٥) قطاع دائري مساحة سطحه ٤٨ سم<sup>٢</sup> ، وطول قوسه ١٢ سم، فإن طول نصف قطر دائرته ..... سم  
(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٦
- (٦) طول قوس القطاع الدائري الذى مساحة سطحه ٨  $\pi$  سم<sup>٢</sup> ، وقياس زاويته المركزية  $\frac{1}{4}\pi$   
يساوى ..... سم  
(أ)  $4\pi$  (ب)  $6\pi$  (جـ)  $8\pi$  (د)  $12\pi$
- (٧) قطاع دائري محيطه ٣٦ سم وطول قوسه ٨ سم ، فإن مساحة سطح دائرته ..... سم<sup>٢</sup>  
(أ)  $196\pi$  (ب)  $28\pi$  (جـ)  $49\pi$  (د)  $14\pi$
- (٨) دائرة مساحة سطحها  $4\pi$  سم<sup>٢</sup> ، فإن مساحة قطاع من هذه الدائرة طول قوسه ١ سم  
يساوى ..... سم<sup>٢</sup>  
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨



(٩) في الشكل المقابل :

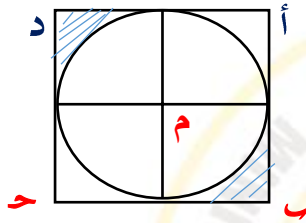
مساحة المنطقة المظلمة = ..... سم<sup>٢</sup>

(د)  $\pi ١٢$

(ج)  $\pi$

(ب)  $\pi ٤$

(أ)  $\pi ٦$



(١٠) في الشكل المقابل :

م مركز دائرة تمس أضلاع المربع أ ب ح د

من الداخل فإذا كان أ د = ٨ سم

فإن مساحة الجزء المظلل = ..... سم<sup>٢</sup>

(د)  $\pi ٢ - ٨$

(ج)  $\pi ٨ - ٣٢$

(ب)  $\pi ٤ - ١٦$

(أ)  $\pi ٨ - ١٢$

### حل تمارين على الدرس الخامس

(٣) (أ) ٧

(٢) (ب) ٣٠

(١) (د) ١٧

(٦) (جـ)  $\pi ٨$

(٥) (ب) ٨

(٤) (ب) ١٢

(٩) (د)  $\pi ١٢$

(٨) (أ) ١

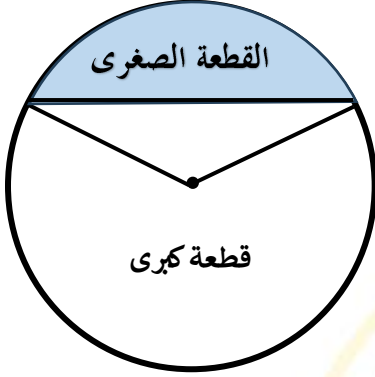
(٧)  $\pi ١٩٦$

(١٠)  $\pi ٨ - ٣٢$

## الدرس السادس : القطعة الدائرية

### تعريف:

القطعة الدائرية : هي جزء من سطح الدائرة محدود بقوس فيها وتر مار بنهايتي ذلك القوس.



### قانون:

$$(1) \text{ مساحة القطعة الدائرية } = \frac{1}{2} \text{ نق}^2 (\theta - \text{جا } \theta)$$

حيث نق طول نصف قطر الدائرة.

$\theta$  ، هي قياس الزاوية المركزية بالتقدير الدائري.

$$(2) \text{ محيط القطعة الدائرية } = \text{طول قوسها} + \text{طول وترها}$$

$$\text{تذكر أن : العلاقة بين التقدير الدائري والتقدير الستيني : } \frac{\theta}{\pi} = \frac{\text{س}^\circ}{180^\circ}$$

مثال<sup>١</sup>: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٥ سم وقياس زاويتها المركزية  $(1,85)^\circ \approx \dots \dots \dots$  سم<sup>٢</sup>

(أ) ١١٢,٣٦

(ب) ١٠٨,٢٧

(ج) ٩٥,١٦

(د) ١٠٠,١٣

الحل

لاحظ أن : يجب تحويل نظام الآلة من Deg إلى Rad وذلك بالضغط على :

SHIFT → MODE → 4

$$\text{مساحة القطعة الدائرية } = \frac{1}{2} \text{ نق}^2 (\theta - \text{جا } \theta)$$

$$= \frac{1}{2} \times 15^2 (1,85 - \text{جا } 1,85) \approx 100,13 \text{ سم}^2$$

### حل آخر

$$\theta = 1,85 \times \frac{180}{\pi} \approx 106,16^\circ$$

$$\therefore \text{مساحة القطعة الدائرية} \approx \frac{1}{2} \times 15^2 (1,85^\circ - 106,16^\circ) \approx 100,13 \text{ سم}^2$$

### تدريب ١:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٦ سم وقياس زاويتها المركزية  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^\circ \approx \dots \text{سم}^2$

(أ) ١٢,٢٤

(ب) ١١,٢٤

(ج) ٢٤,١٢

(د) ٢٢,١١

### مثال ٢:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم وطول قوسها ١٠,٢ سم  $\approx \dots \text{سم}^2$

(أ) ٨,٤

(ب) ٦,٨

(ج) ٤,٢

(د) ١٦,٨

### الحل

$$\theta = \frac{l}{r} = \frac{10,2}{10} = 1,02^\circ$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية} = \frac{1}{2} \times 10^2 [1,02^\circ - 10,2^\circ] = 8,4 \text{ سم}^2$$

### تدريب ٢:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٦ سم وطول قوسها ١٢,٦ سم  $\approx \dots \text{سم}^2$

(أ) ٢٢,٢٦

(ب) ١١,١٣

(ج) ٤٤,٥٢

(د) ١٢,١٨



### مثال ٣:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- مساحة القطعة الدائرية المرسومة في دائرة مساحة سطحها  $36\pi$  سم<sup>٢</sup> وقياس زاويتها المركزية  $60^\circ \approx \dots$  سم<sup>٢</sup>
- (أ) ٤,١٥ (ب) ٣,٢٦ (ج) ٦,٥٢ (د) ١,٦٣

الحل

∴ مساحة سطح الدائرة =  $\pi$  نق<sup>٢</sup>

$$\therefore \pi 36 = \pi \text{ نق}^2$$

$$\therefore \text{نق} = 6 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{\theta}{\pi} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \quad \leftarrow \quad \frac{\theta}{\pi} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \quad \leftarrow \quad \therefore \frac{\pi}{3} = \theta$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية} = \frac{1}{2} \text{ نق}^2 (\theta - \text{جا } \theta) = \frac{1}{2} \times 6^2 \left( \frac{\pi}{3} - \text{جا } 60^\circ \right) = 3,26 \text{ سم}^2$$

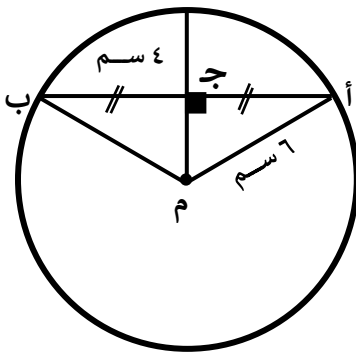
تدريب ٣: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- مساحة القطعة الدائرية التي تحتويها دائرة محيطها  $24\pi$  سم وقياس زاويتها المركزية  $30^\circ \approx \dots$  سم
- (أ) ١,٧ (ب) ٣,٤ (ج) ٠,٨ (د) ١,٢

### مثال ٤:

مساحة القطعة الدائرية التي طول وترها ٨ سم ومرسومة في دائرة طول نصف قطرها ٦ سم  $\approx \dots$  سم<sup>٢</sup>

الحل



نفرض أن  $\overline{AB}$  هو وتر القطعة الدائرية ، م مركز الدائرة

نرسم  $\overline{MC} \perp \overline{AB}$  فتكون ج منتصف  $\overline{AB}$

$$\therefore \text{حا (أ م ج)} = \frac{4}{6} \quad \leftarrow \quad \text{حا (أ م ج)} = \frac{4}{6} \approx \frac{2}{3} \approx 41^\circ / 49^\circ$$

$$\therefore \theta = \frac{2}{3} \times \frac{\pi}{180^\circ} \times 41^\circ / 49^\circ \approx 1,46$$

$$\therefore \text{مساحة القطعة الدائرية} = \frac{1}{2} \times 6^2 (\theta - \text{حا } \theta) \approx 8,21 \text{ سم}^2$$

**تدريب:** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مساحة القطعة الدائرية التي طول وترها ١٠ سم و مرسومة في دائرة طول نصف قطرها ٨ سم ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٣,٢٨

(ب) ٦,٧٣

(ج) ٠,٨٢

(د) ١,٨٢

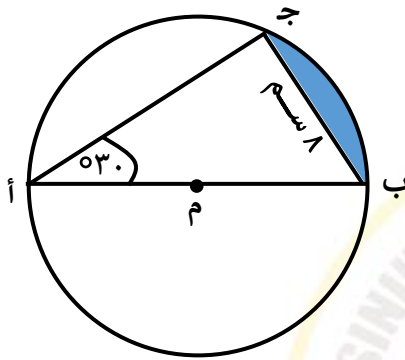
**مثال:**

اختر الإجابة من بين الإجابات المعطاة :

في الشكل المقابل:

إذا كان  $\overline{AB}$  قطر في دائرة مركزها م فإن :

مساحة الجزء المظلل ..... سم<sup>٢</sup>



(أ) ٢,٩

(ب) ١١,٦

(ج) ٥,٨

(د) ١,٤

**الحل**

∴  $\overline{AB}$  قطر في الدائرة م ← ∴  $\angle BAC = 30^\circ$

∴  $\angle BMC = 60^\circ$  (زاوية مركزية) ،  $AB = 16$  سم

∴  $\angle BMC = 60^\circ$  (زاوية مركزية) ،  $AB = 16$  سم

مساحة القطعة الدائرية المظلمة =  $\frac{1}{2} \times \text{نق} (\theta - \text{جا } \theta)$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \left( \frac{\pi}{3} - \cos 60^\circ \right) \approx 5,8 \text{ سم}^2$$

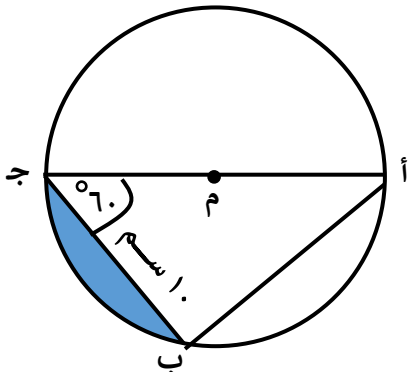
**تدريب:**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

في الشكل المقابل:

إذا كان  $\overline{AB}$  قطر في دائرة مركزها م فإن :

مساحة الجزء المظلل ..... سم<sup>٢</sup>



(أ) ٤,٥٣

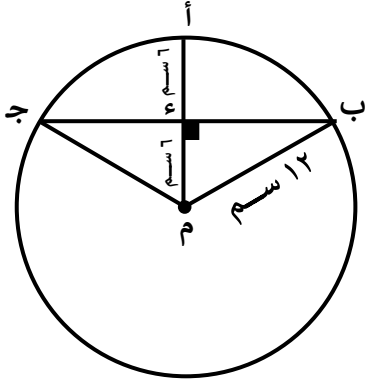
(ب) ١٨,١٢

(ج) ٩,٠٦

(د) ٨,٠٤

أوجد مساحة القطعة الدائرية التي ارتفاعها ٦ سم و طول نصف قطر دائرتها ١٢ سم .

الحل



نفرض أن أء هو ارتفاع القطعة في دائرة مركزها م  
∴ أء = ٦ سم ∴ مء = ٦ سم

في Δ ب م ء في Δ ب م ء  
∴ ∠ ب م د = ٣٠°

∴ ∠ ب م ج = ١٢٠° = ( ∠ ب م ج ) = ( ∠ ب م د ) = ١٢٠°

∴ مساحة القطعة الدائرية المظللة =  $\frac{1}{2} \text{نق } \theta - \text{جا } \theta$

$$= \frac{1}{2} \times 12^2 \left( \frac{\pi}{3} - \text{جا } 120^\circ \right) \approx 88,4 \text{ سم}^2$$

تدريب ٦:

أوجد مساحة القطعة الدائرية التي ارتفاعها ٢ سم و طول وترها ٨ سم .

### إجابات التدريبات

تدريب ١:

الجواب : (ء)

تدريب ٢:

الجواب : (أ)

تدريب ٣:

الجواب : (أ)

تدريب ٤:

الجواب : (ب)

تدريب ٥:

الجواب : (ج)

تدريب ٦:

الجواب : ١١,١٣ سم<sup>٢</sup>

## تمارين على الدرس السادس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ٥ سم وقياس زاويتها المركزية  $(١,٨٥)^\circ \approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ١١,١٣ (ب) ٥,٥٦ (ج) ٢٢,٢٦ (د) ٢٤,١٢

(٢) مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية  $٧٣^\circ ٤٤' \approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٨,١٧ (ب) ٣٢,٧٢ (ج) ١٦,٣٥ (د) ١٢,١٨

(٣) مساحة القطعة الدائرية المرسومة في دائرة طول نصف قطرها ٦ سم وطول قوسها ١٤ سم  $\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٦٤,٣٢ (ب) ٥٧,٩٧ (ج) ١٤,٤٩ (د) ٢٨,٩٨

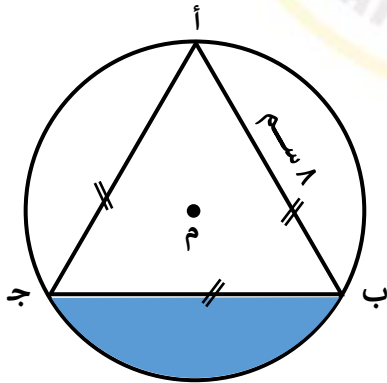
(٤) مساحة القطعة الدائرية التي طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٥ سم  $\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ١٠٠,١٣ (ب) ٥٠,٦٢ (ج) ٩٤,١٨ (د) ٢٠٠,٢٦

(٥) مساحة القطعة الدائرية المرسومة في دائرة طول نصف قطرها ٧ سم وقياس زاويتها

المحيطة  $٣٠^\circ \approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٢,٢٢ (ب) ٨,٨٨ (ج) ٦,٦٦ (د) ٤,٤٤



(٦) في الشكل المقابل:

مساحة الجزء المظلل  $\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ١٩,٦ (ب) ٣٩,٣

- (ج) ٧٨,٦ (د) ٤٨,٣



## إجابة تمارين على الدرس السادس

(١) (أ)

(٢) (ج)

(٣) (ع)

(٤) (أ)

(٥) (ع)

(٦) (ب)



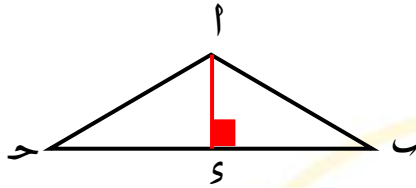
## الدرس السابع : المساحات

### ملخص الدرس :

تذكر أن

(١) مساحة سطح المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها

أى أن :



مساحة سطح  $\Delta$   $ا ب ح = \frac{1}{2} ب ح \times ا س$

(٢) مساحة سطح المثلث =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولا ضلعين فيه  $\times$  جيب الزاوية المحصورة بينهما

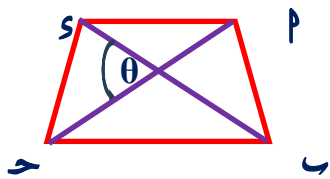
أى أن : مساحة سطح  $\Delta$   $ا ب ح = \frac{1}{2} ب ح \times ا س \times ج ا م$

مساحة سطح  $\Delta$   $ا ب ح = \frac{1}{2} ب ح \times ب ج \times ج ا ب$

مساحة سطح  $\Delta$   $ا ب ح = \frac{1}{2} ب ح \times ح ج \times ج ا ح$

(٣) مساحة سطح الشكل الرباعي =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولا قطريه  $\times$  جيب الزاوية المحصورة بينهما

أى أن :



مساحة سطح الشكل  $ا ب ح د = \frac{1}{2} ب ح \times ح د \times ج ا \theta$

(٤) مساحة سطح المضلع المنتظم =  $\frac{1}{4} ن س^2 \text{ ظتا } \frac{\pi}{ن}$  حيث ن عدد أضلاعه ، س طول ضلع

مثال محلولة (١) : اختر الإجابة الصحيحة :

مساحة سطح المثلث  $ا ب ح$  الذى فيه  $ا ب = ٥$  سم ،  $ب ح = ٧$  سم ،  $ق (ب ح) = ٤٢^\circ$

$\simeq$  ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٢٣,٤٢ (ب) ٥,٨٥ (ج) ١١,٧١ (د) ١٠,١٢

الحل

$$\text{مساحة سطح المثلث } P = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 = 17.5 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة سطح المثلث } P = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 = 17.5 \text{ سم}^2 \approx 11.71 \text{ سم}^2$$

**تدريب (١):** اختر الإجابة الصحيحة :

مساحة سطح المثلث  $س ص ع$  الذي فيه  $س ص = ١١$  سم ،  $ص ع = ١٠$  سم ،  $و (ح ص) = ٤٧^\circ$

$\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٤٠,٢٢ (ب) ٢٠,٢١ (ج) ٣٤,١٨ (د) ٨٠,٤٤

**مثال محلولة (٢):** اختر الإجابة الصحيحة :

مساحة مضلع ثماني منتظم طول ضلعه ٦ سم = ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ١٢٢,١٨ (ب) ١٦٢,٣٥ (ج) ١٧٣,٨٢ (د) ١٩٤,١٩

الحل

$$\text{مساحة سطح المضلع المنتظم} = \frac{1}{4} \times n \times s^2 \times \frac{\pi}{n}$$

$$= \frac{1}{4} \times 8 \times 6^2 \times \frac{\pi}{8} = 173.82 \text{ سم}^2$$

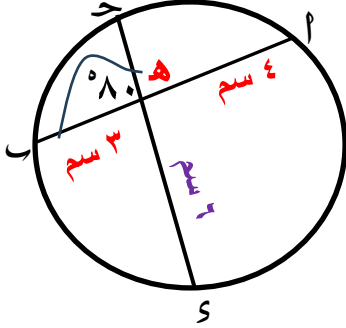
**تدريب (٢):** اختر الإجابة الصحيحة :

مساحة سطح مضلع سداسي منتظم طول ضلعه ١٠ سم = ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ١٢٩,٩١ (ب) ٢٥٩,٨١ (ج) ٤١٥,٢٦ (د) ٥١٩,٦٢



**مثال محلول (٣) :** اختر الإجابة الصحيحة :



في الشكل المقابل إذا كان  $AB \cap PS = H$  و  $\{H\} = \overline{AB} \cap \overline{PS}$

فإن مساحة سطح الشكل  $PSAB \simeq$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٢٧,٥٧ (ب) ٥٥,١٥ (ج) ١٣,٧ (د) ٢٤,١٨

الحل

تذكر أن

$$PS \times AB = AS \times BH \quad (\text{تمرين مشهور})$$

$$\therefore 6 \times PS = 3 \times 4$$

$$\therefore PS = 2 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الشكل } PSAB = \frac{1}{2} \times PS \times AB = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \sin 80^\circ \approx 27,57 \text{ سم}^2$$

**تدريب (٣) :** اختر الإجابة الصحيحة :

مساحة سطح الشكل الرباعي الذي طولاً قطريه ٨ سم ، ١٢ سم ، قياس الزاوية المحصورة بينهما  $73^\circ$

تساوى ..... لأقرب سنتيمتر مربع

- (أ) ٢٣ (ب) ٤٦ (ج) ٩٢ (د) ٦٨

## حلول التدريبات

حل تدريب (١) : (أ) ٤٠,٢٢

حل تدريب (٢) : (د) ٢٥٩,٨١

حل تدريب (٣) : (ب) ٤٦

## تمارين على الدرس السابع

اختر الإجابة الصحيحة :

(١) مساحة سطح المثلث س ص ع الذى فيه س ص = ١٢ سم ، ص ع = ٩ سم ،

و ( ص ع ) = ٦٤ ° يساوى ..... سم ( لأقرب رقم عشرى )

(أ) ٤٨,٥ (ب) ٤٧,٥ (ج) ٢٤,٣ (د) ٩٦,٢

(٢) مساحة سطح المثلث الذى أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٣ سم ، ٥ سم = ..... سم<sup>٢</sup>

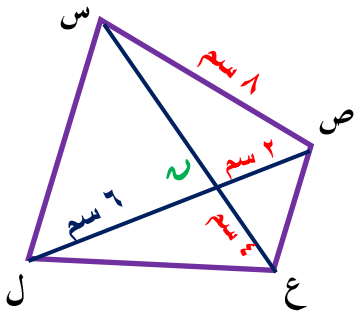
(أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٦٠

(٣) مساحة سطح المثلث المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

(أ)  $3\sqrt{8}$  (ب)  $3\sqrt{12}$  (ج)  $3\sqrt{6}$  (د)  $3\sqrt{9}$

(٤) طول ضلع المثلث المتساوى الأضلاع الذى مساحته سطحه  $3\sqrt{12}$  سم<sup>٢</sup> يساوى ..... سم

(أ)  $3\sqrt{2}$  (ب)  $3\sqrt{4}$  (ج)  $3\sqrt{6}$  (د)  $3\sqrt{8}$



(٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة سطح الشكل س ص ع ل = ٥٠ سم<sup>٢</sup>

فإن (س ص ل) = ..... =

(د) ٩٠°

(ج) ٨٥°

(ب) ٨٠°

(أ) ٧٥°

### حل تمارين على الدرس السابع

(٣) (د) ٣٦٩

(٢) (ب) ٦

(١) (أ) ٤٨,٥

(٥) (د) ٩٠°

(٤) (ب) ٣٦٤

## الاختبار الأول على الوحدة الخامسة

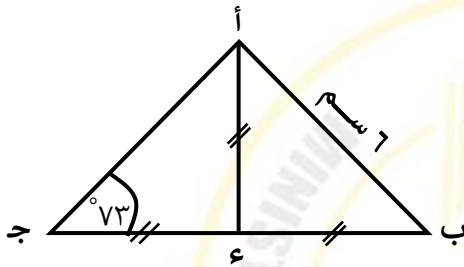
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١)  $(\text{جا } \theta + \text{جتا } \theta)^2 - ٢ \text{ جا } \theta \text{ جتا } \theta = \dots\dots\dots$

- (أ) ١ (ب) ١ - ٢ جا  $\theta$  جتا  $\theta$  (ج) صفر (د) ١ - جا  $\theta$  جتا  $\theta$

(٢) إذا كانت  $0^\circ \leq \theta < ٣٦٠^\circ$  فإن مجموعة حل المعادلة:  $\text{جا } (\theta - ٩٠^\circ) = \text{صفر}$  هي .....

- (أ)  $\{0^\circ, ٩٠^\circ\}$  (ب)  $\{٠^\circ, ٢٧٠^\circ\}$  (ج)  $\{٩٠^\circ, ٢٧٠^\circ\}$  (د)  $\{٩٠^\circ, ١٨٠^\circ\}$



(٣) في الشكل المقابل :

أج  $\simeq$  ..... سم

- (أ) ٤ (ب) ٥

- (ج) ٦ (د) ٧

(٤) من قمة شجرة ارتفاعها ٧ م ، إذا رصد قرد زاوية انخفاض موزة تقع في المستوى الافقي المار بقاعدة

الشجرة ، فكان قياسها  $٤٧^\circ$  ، فإن بُعد القرد عن الموزة يساوي ..... لأقرب متر.

- (أ) ١٢ (ب) ١٠ (ج) ٩ (د) ٨

(٥) قطاع دائري طول نصف قطره ٨ سم ومحيطه ٢٤ سم ، فإن مساحة سطحه = ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٩٦ (ب) ٣٦ (ج) ٤٨ (د) ٣٢

(٦) مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٠ سم وطول قوسها ١٠,٢ سم  $\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٨,٤ (ب) ٦,٨ (ج) ٤,٢ (د) ١٦,٨



## حل الاختبار الأول على الوحدة الخامسة

(١) (أ)

(٢) (ج)

(٣) (ج)

(٤) (ب)

(٥) (ع)

(٦) (أ)



## الاختبار الثاني على الوحدة الخامسة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

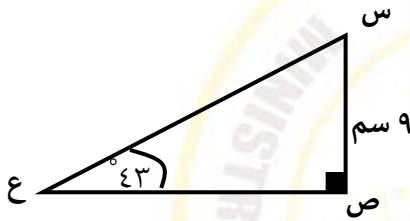
(١)  $\cos^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$  ..... =

- (أ)  $\cos^2 \theta$  (ب)  $\tan^2 \theta$  (ج)  $\tan \theta$  (د)  $\cos \theta$

(٢) عدد حلول المعادلة  $\cos^2 \theta - 6 \cos \theta + 9 = 0$  يساوي ..... حيث:  $\theta \in [0, \pi]$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٣) في الشكل المقابل :



ص ع  $\approx$  ..... سم

- (أ) ١٠,٢ (ب) ٩,٧ (ج) ٨,٦ (د) ١١,٤

(٤) عمود إنارة ارتفاعه ٦ متر ، فإذا كان طول ظله على الأرض ٤,٨ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ يساوي ..... لأقرب درجة.

- (أ)  $51^\circ$  (ب)  $48^\circ$  (ج)  $67^\circ$  (د)  $39^\circ$

(٥) قطاع دائري طول نصف قطره ١٠ سم ومساحته ٢٥ سم<sup>٢</sup> ، فإن طول قوسه = ..... سم

- (أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٢٠

(٦) مساحة القطعة الدائرية المرسومة في دائرة مساحة سطحها  $36\pi$  سم<sup>٢</sup> وقياس زاويتها المركزية  $60^\circ$

$\approx$  ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٤,١٥ (ب) ٣,٢٦ (ج) ٦,٥٢ (د) ١,٦٣

(٧) مساحة مضلع ثماني منتظم طول ضلعه ٦ سم = ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ١٢٢,١٨ (ب) ١٦٢,٣٥ (ج) ١٧٣,٨٢ (د) ١٩٤,١٩



## حل الاختبار الثاني على الوحدة الخامسة

(١) (أ)

(٢) (أ)

(٣) (ب)

(٤) (أ)

(٥) (ب)

(٦) (ب)

(٧) (ج)

